التمرين 1 :

باستعمال التعريف، ادرس قابلية اشتقاق الدالة f في x_0

1) $x_0=1\ ;\ f(x)=x^2+2x$

2) $x_0=0\ ;\ f(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$

3) $x_0=1\ ;\ f(x)=\left|x^2-x\right|$

4) $x_0=0\ ;\ f(x)=x\sqrt{|x|}$

التمرين 2 :

باستعمال التعريف، ادرس قابلية الاشتقاق على يمين (على يسار) x_0.

1) $x_0=0\ ;\ f(x)=x^2-|x|$

2) $x_0=-1\ ;\ \begin{cases} f(x)=x^3 & x\geq -1 \\ f(x)=x^2-2 & x<-1 \end{cases}$

3) $x_0=0\ ;\ \begin{cases} f(x)=x\sqrt{x} & x\geq 0 \\ f(x)=x^2 & x<0 \end{cases}$

4) $x_0=2\ ;\ f(x)=\left|x^2-4\right|$

التمرين 3 :

أكتب معادلة المماس للمنحنى الممثل للدالة f عند النقطة M_0 ذات الأفصول x_0 :

1) $x_0=1\ ;\ f(x)=x^2+6x$

2) $x_0=0\ ;\ f(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$

3) $x_0=2\ ;\ f(x)=\sqrt{x^2+x+3}$

4) $x_0=1\ ;\ \begin{cases} f(x)=\dfrac{1}{2}x^2+x\ (x\geq 1) \\ f(x)=\dfrac{1}{2}x^3+\dfrac{1}{2}x^2+\dfrac{2}{3}\ (x<1) \end{cases}$

التمرين 4 :

ادرس قابلية الاشتقاق الدالة f على يمين/على يسار x_0 ثم حدد معادلة نصف المماس على يمين / على يسار النقطة M_0 ذات الأفصول x_0:

1) $x_0=1\ ;\ f(x)=\left|x^2-1\right|$

2) $x_0=0\ ;\ f(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{x-1}$

3) $x_0=1\ ;\ f(x)=|x-1|\sqrt{x}$

$x_0=2\ ;\ f(x)=\sqrt{\left|x^2-4\right|}$

التمرين 5 :

في كل حالة من الحالات التالية، حدد مجموعة تعريف كل من f و f' ثم عرف f' :

1) $f(x)=-x^3+x^2-x+1$

2) $f(x)=\dfrac{x+\sqrt{x}}{x-1}$

3) $f(x)=\cos x+3\sin x$

4) $f(x)=\cos x.\sin x$

5) $f(x)=\sqrt{3x+1}$

6) $f(x)=\sqrt{x^2+x+1}$

7) $f(x)=\dfrac{2x-1}{x-2}$

8) $f(x)=\dfrac{x^2-x+1}{x^2+x+1}$

9) $f(x)=\dfrac{\sin x-\cos x}{\sin x+\cos x}$

10) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x+1}{x-1}}$

11) $f(x)=\left(x^2+x+1\right)^3$

12) $f(x)=\sqrt{1+x^2}-x$

التمرين 6 :

نعتبر U و V دالتين قابلتين للاشتقاق في x_0 حيث $V(x_0)\neq 0$ و $V'(x_0)\neq 0$ ، ونضع $f(x)=\dfrac{U(x)}{V(x)}$.

بين أن $f(x_0)=\dfrac{U'(x_0)}{V'(x_0)}\Leftrightarrow f'(x_0)=0$

تطبيق: نعتبر $f(x)=\dfrac{x+1}{x^2-3x+2}$

حدد f' ثم $f(x_0)$ لكل x_0 حيث $f'(x_0)=0$

التمرين 7:

نعتبر عددين حقيقيين ω و φ و u دالة عددية قابلة للاشتقاق في x_0 و نعرف الدالة f ب $f(x)=u(\omega x+\varphi)$.

بين أن f قابلة للاشتقاق في x_0 و أن

$f'(x)=\omega.u'(\omega x+\varphi)$

التمرين 8 :

حدد المشتقات المتتالية للدوال المعرفة كما يلي:

1) $f(x)=x^6-4x^3+2x-1$

2) $f(x)=\cos(2x+\frac{\pi}{3})$

3) $f(x)=\sin(3x-\frac{\pi}{6})$

4) $f(x)=\frac{x-1}{x-2}$

التمرين 9 :

حدد المشتقات الأربع الأولى للدوال المعرفة كما يلي:

1) $f(x)=\sqrt{x}$

2) $f(x)=\frac{1}{x}+x$

3) $f(x)=x^2-3x+\frac{1}{x-1}$

4) $f(x)=\sin(3x)+2\cos(x)$

التمرين 10 :

ادرس تغيرات الدوال العددية التالية مع تحديد مطارفها:

1) $f(x)=2x^3-3x^2$

2) $f(x)=\frac{x^2-x+1}{x^2+x+1}$

3) $f(x)=\frac{1}{x}+x$

4) $f(x)=\frac{x+1}{x(x-1)}$

5) $f(x)=\sqrt{x^2-3x+2}$

6) $f(x)=(x-1)\sqrt{x}$

7) $f(x)=x-\sqrt{x^2+1}$

8) $f(x)=\frac{1-\cos x}{1+\cos x}$

9) $f(x)=\sin x+\cos^2 x$

10) $\begin{cases} f(x)=x^2+2x & ;\ x\geq 0 \\ f(x)=-5x^2+2x & ;\ x\leq 0 \end{cases}$

التمرين 11 :

حدد الحل العام للمعادلات التفاضلية التالية:

1) $y''=-9y$

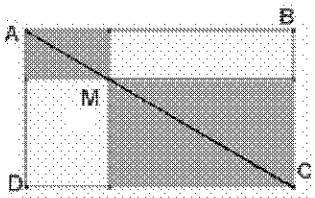
2) $y''+2y=0$

3) $y''=-4y$

في كل حالة ، حدد الحل الوحيد الذي يحقق الشرطين:

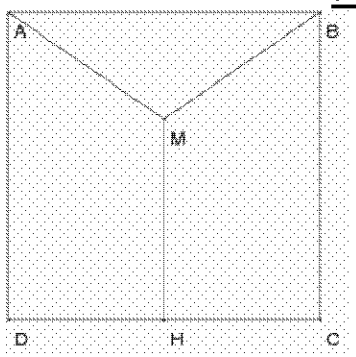
$y(0)=1$ و $y'(0)=-1$

التمرين 12 :



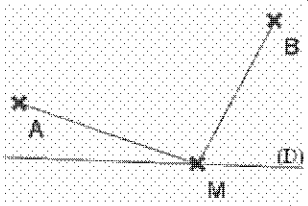
كيف يمكن اختيار النقطة M من القطر $[AC]$ للمستطيل $ABCD$ لكي يكون مجموع مساحتي المستطيلين الملونين دنيوي؟

التمرين 13 :



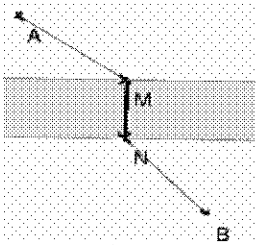
حدد موضع النقطة M لكي يكون $AM+BM+HM$ دنيويا، حيث $ABCD$ مستطيل HM عمودي على DC و H منتصف $[DC]$.

التمرين 14 :



حدد موضع النقطة M على المستقيم (D) لكي يكون $AM+BM$ دنيويا.

التمرين 15 :



حدد موضع النقطة M على حافة النهر لكي يكون $AM+BN$ دنيويا.