التمرين الأول

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x)=\dfrac{(x+1)^3}{x^2+2x}$

1) أ- حدد مجموعة تعريف الدالة f

ب- بين أن $\Omega(-1,0)$ مركز تماثل لـ (C_f) و استنتج أن دراسة f تقتصر على $D_E=]-1,0[\cup]0,+\infty[$

2) أحسب نهايات f عند محدات D_E

3) أ- حدد الأعداد الحقيقية a , b بحيث : $f(x)=x+1+\dfrac{a}{x}+\dfrac{b}{x+2}$

ب- أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

4) أ- بين أن $f'(x)=\dfrac{(x+1)^2\left(x^2+2x-2\right)}{\left(x^2+2x\right)^2}$

ب- أنجز جدول تغيرات الدالة f

5) أرسم المنحنى (C_f)

التمرين الثاني

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x)=\dfrac{x^3+2x^2}{(x+1)^2}$

1) أ- حدد مجموعة تعريف الدالة f

ب- أحسب نهايات الدالة f

ج- ادرس الفروع اللانهائية للمنحنى (C_f)

2) أ- بين أن $f'(x)=\dfrac{x\left(x^2+3x+4\right)}{(x+1)^3}$

ب- أنجز جدول تغيرات الدالة f

3) أرسم المنحنى (C_f)

4) حدد ومبيانيا عدد حلول المعادلة $x^3+(2-m)x^2-2mx-m=0$

التمرين الثالث

لتكن f دالة معرفة بما يلي : $f(x)=\dfrac{x^2}{\left(2\sqrt{x}-1\right)^2}$

1) حدد D_f و أحسب نهايات الدالة f

2) أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

3) أحسب $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{f(x)}{x}$ و أعط تأويلا هندسيا للنتيجة

4) بين أن $f'(x)=\dfrac{2x(\sqrt{x}-1)}{(2\sqrt{x}-1)^3}$ ثم أنجز جدول تغيرات الدالة f

5) أرسم المنحنى (C_f)

التمرين الرابع

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $D=\mathbb{R}-\{1\}$ بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{(x+1)^2}{x^2+1} & : \ x\le 0 \\ f(x)=\dfrac{x^2+x-1}{x-1} & : \ x>0 \ ; \ x\neq 1 \end{cases}$$

1) أدرس قابلية اشتقاق f في النقطة 0

2) أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى (C_f)

3) أحسب $f'(x)$ ثم أنجز جدول تغيرات الدالة f

4) بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف على $]-\infty,0[$ محددا إحداثياتها

5) أرسم المنحنى (C_f)

التمرين الخامس

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x)=x+\sqrt{|x^2-2x|}$

1) أدرس قابلية اشتقاق f على يمين و يسار كل من النقطتين $x_0=0$; $x_1=2$

2) أدرس الفرعين اللانهائيين للمنحنى (C_f) عند $+\infty$; $-\infty$

3) أحسب $f'(x)$ ثم أنجز جدول تغيرات الدالة f

4) أرسم المنحنى (C_f)

التمرين السادس

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $D=\mathbb{R}-\{2\}$ بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=|x+2|\sqrt{1-x} \ ; \ x\le 1 \\ f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{(x-1)|x-2|}} \ ; \ x>1 \ ; x\neq 2 \end{cases}$$

1) أ- أدرس اتصال f في النقطة $x_0=1$

ب- أدرس قابلية اشتقاق f على يسار النقطة $x_0=1$

ج- أدرس قابلية اشتقاق f في النقطة -2 و أعط تأويلا هندسيا للنتيجة

2) أ- أحسب نهايات الدالة f عند محدات مجموعة تعريفها

ب- ادرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) عند $-\infty$

3) أ- بين أن :

$$\begin{cases} f'(x)=\dfrac{-3x(x+2)}{2|x+2|\sqrt{1-x}} \ ; \ x<1 \\ f'(x)=\dfrac{3x-4}{2(x-1)(2-x)\sqrt{(x-1)|x-2|}} \ ; \ x>1 \end{cases}$$

ب- ضع جدول تغيرات الدالة f

4) أرسم المنحنى (C_f)

التمرين السابع

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x)=\dfrac{\sin^2 x}{2\cos^2 x-1}$

1) أ- حدد مجموعة تعريف الدالة f

ب- تحقق أن π دور للدالة f

2) أدرس زوجية الدالة f و استنتج أن دراسة f تقتصر على $D=\left]0,\dfrac{\pi}{4}\right[\cup\left]\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{2}\right]$

3) أحسب النهايتين $\lim\limits_{\substack{x\to\frac{\pi}{4}\\x>\frac{\pi}{4}}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to\frac{\pi}{4}\\x<\frac{\pi}{4}}} f(x)$

4) أ- أحسب المشتقة $f'(x)$ و بين أن $f'(x)=\dfrac{2\sin x\cos x}{\left(2\cos^2 x-1\right)^2}$

ب- ضع جدول تغيرات الدالة f على D

5) أرسم جزء المنحنى (C_f) على $\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{3\pi}{2}\right]\cap D_f$

6) ناقش حسب قيم البارامتر m عدد حلول المعادلة $m\cos 2x-\sin^2 x=0$ و $x\in\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{3\pi}{2}\right]\cap D_f$

التمرين الثامن

لتكن h الدالة العددية المعرفة بما يلي : $h(x)=(-1)^{E(x)}\left(x-E(x)\right)$

حيث $E(x)$ يمثل الجزء الصحيح للعدد x

1) تحقق أن $T=2$ دور للدالة h

2) أحسب $h(x+1)$ و أعط تأويلا هندسيا للنتيجة

3) ليكن k من $\mathbb{Z}$. أحسب النهايتين $\lim\limits_{\substack{x\to k\\x>k}} h(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to k\\x<k}} h(x)$

4) أرسم المنحنى (C_h) على $\left]-3,3\right[$

التمرين التاسع

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x)=\dfrac{x-E(x)}{x+E(x)}$

1) حدد مجموعة تعريف الدالة f

2) أ- أكتب تعبير $f(x)$ على كل من $]0,1[$ و $]-1,0[$ (دون رمز الجزء الصحيح)

ب- أدرس نهاية الدالة f في النقطة 0

3) بين أن $(\forall x>1)\ \ 0\le f(x)\le\dfrac{1}{x+1}$ و حدد $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

4) حدد تأطيرا ل $f(x)$ على المجال $]-\infty,-1[$ و أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$