في كل ما يلي، نعتبر (P) المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i},\vec{j})$.

التمرين 1:

نعتبر النقط $A(-1,2)$ و $B(1,-1)$ و $C(2,3)$.

1. أحسب AB و AC و BC .
2. أحسب $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ و $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}$ و $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BC}$.
3. حدد $\cos(\widehat{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}})$ و $\sin(\widehat{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}})$
4. حدد مساحة المثلث ABC .

التمرين 2:

نعتبر النقط $A(1,2)$ و $B(3,-1)$ و $C(5m,3-3m)$ حيث m عدد حقيقي.

حدد قيم m في كل من الحالات التالية:

1. ABC مثلث قائم الزاوية.
2. ABC مثلث متساوي الساقين.
3. ABC مثلث متساوي الأضلاع.

التمرين 3:

نعتبر النقطتين $A(3,2)$ و $B(4,-2)$ و المتجهتين $\vec{u}(-2,3)$ و $\vec{v}(1,-1)$.

حدد مجموعة النقط M بحيث تكون $\overrightarrow{AM}$ و $\vec{u}$ متعامدتين و $\overrightarrow{BM}$ و $\vec{v}$ مستقيميتين.

أنشئ الشكل في هذه الحالة.

التمرين 4:

نعتبر النقط $A(3,2)$ و $B(1,-4)$ و $C(-2,3)$.

1. أكتب معادلة ديكارتية للمستقيم (AB) .
2. أكتب معادلة ديكارتية للمستقيم (D) المار من C و العمودي على (AB) .
3. حدد مسافة A عن المستقيم (CB) .
4. ما هي مجموعة النقط M التي هي على نفس المسافة عن المستقيمين (AB) و (D) ؟

التمرين 5:

نعتبر النقطتين $A(5,-2)$ و $B(-6,1)$ و و المستقيم (D_m) ذي المعادلة الديكارتية : $(m-1)x+my+m+1=0$ حيث m بارا متر حقيقي.

1. حدد قيم m في كل من الحالات التالية:

1.1. المستقيمان (D_m) و (AB) متوازيان.

1.2. المستقيمان (D_m) و (AB) متعامدان.

1.3. $d(A,(D_m))=d(B,(D_m))$.

2. بين أن جميع المستقيمات (D_m) تمر من نقطة C إحداثياتها غير مرتبطة ب m .
3. أكتب معادلة ديكارتية للمستقيم (Δ_m) المار من C و العمودي على (D_m) بدلالة m .
4. نعتبر H_m و K_m الإسقاط العمودي ل A على (D_m) و (Δ_m) على التوالي.

4.1. بين مع تحديدها، أن المسافة H_mK_m غير مرتبطة ب m .

4.2. ما هي قيمة m لكي يكون المستقيمان (H_mK_m) و (AC) متعامدين؟ ما هي طبيعة الرباعي AH_mCK_m في هذه الحالة؟

التمرين 6:

نعتبر النقط $A(-1,2)$ و $B(1,-1)$ و $C(2,3)$.

أكتب معادلة ديكارتية للدوائر التالية:

1. الدائرة التي مركزها A المارة من النقطة C .
2. الدائرة التي أحد أقطارها $[BC]$
3. الدائرة التي مركزها C المتماسة مع (AB) .
4. الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

التمرين 7:

نعتبر (C_m) مجموعة النقط $M(x,y)$ التي تحقق المعادلة:
$x^2+y^2-2(m+1)x+2my=2m+3$ حيث m بارامتر حقيقي.

1. تحقق أنه، مهما يكن m من IR ، (C_m) دائرة محددا مركزها ω_m و شعاعها r_m بدلالة m .
2. أنشئ (C_0) و (C_2) و حدد تقاطعهما.
3. بين أن جميع الدوائر (C_m) تمر بنقطتين ثابتتين A و B .
4. حدد (D_m) المحل الهندسي للمركز ω_m لما تتغير m في IR .
5. أكتب بدلالة m ، معادلة المماسين للدائرة (C_m) عند النقطتين A و B ثم حدد نقطة تقاطعهما I_m .
6. حدد قيم m في كل من الحالات التالية:

6.1. $[AB]$ قطر للدائرة (C_m) .

6.2. $AI_mB\omega_m$ مربع.

6.3. المستقيم ذو المعادلة $y=x$ مماس للدائرة (C_m) .

التمرين 8:

نعتبر (C_m) مجموعة النقط $M(x, y)$ التي تحقق المعادلة: $x^2+y^2-2x-2my+2m=0$ حيث m بارامتر حقيقي.

1. تحقق أنه، مهما يكن m من IR ، (C_m) دائرة محددا مركزها ω_m و شعاعها r_m بدلالة m .
2. أنشئ (C_0) و (C_1) و (C_2) .
3. بين أن للدائرة (C_m) نقطة ثابتة و هي ω_1 .
4. لكل m من $IR\setminus\{1\}$ ، أكتب معادلة ديكارتية لمماس الدائرة (C_m) عند النقطة ω_1 و تحقق من أن هذا المستقيم ثابت في المستوى.
5. أستنتج أن جميع الدوائر (C_m) متماسة فيما بينها.

التمرين 9:

حل في IR^2 النظمات التالية:

1. $\begin{cases} x^2+y^2+2x-4y=11 \\ x+y+3=0 \end{cases}$
2. $\begin{cases} x^2+y^2+4x-2y=0 \\ 2x+y=0 \end{cases}$
3. $\begin{cases} x^2+y^2+6x-8y=0 \\ x^2+y^2+10x+4y=16 \end{cases}$
4. $\begin{cases} x^2+y^2-6x+8y=0 \\ mx-(m+1)y=1 \end{cases}$ حيث m بارامتر حقيقي.

التمرين 10:

حل مبيانيا النظمات التالية:

1. $\begin{cases} x^2+y^2+2x-4y<0 \\ x+y=2 \end{cases}$
2. $\begin{cases} x^2+y^2+4x-2y<0 \\ 3x+y+4>0 \end{cases}$
3. $\begin{cases} x^2+y^2-6x+8y>0 \\ 2x-y>1 \end{cases}$
4. $\begin{cases} x^2+y^2-6x-4y+8<0 \\ x^2+y^2-3x+y>0 \end{cases}$

في كل ما يلي، نعتبر k عددا حقيقيا و ABC مثلثا في المستوى (P) المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i},\vec{j})$.

التمرين 11:

نعتبر (D_k) مجموعة النقط M التي تحقق: $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BC}=k$.

1. حدد (D_0) .
2. بين أن المستقيم المار من A و الموازي ل (CB) يقطع (D_k) في نقطة وحيدة، نرمز لها ب H .
3. أستنتج طبيعة المجموعة (D_k) مع تحديد عناصرها.
4. تطبيق: حدد مجموعة النقط M التي تحقق :
$(2\overrightarrow{AM}+3\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{CM}).(2\overrightarrow{AM}-3\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{CM})=18$

التمرين 12:

باستعمال نتيجة التمرين 10، حدد مجموعة النقط M التي تحقق: $MA^2-MB^2=k$.

التمرين 13:

نعتبر (C_k) مجموعة النقط M التي تحقق: $AM=kBM$.

1. حدد (C_1) .
2. نفترض أن $(k\neq 1$ و $k>0)$.

2.1. بين أن هناك نقطتين G و H بحيث :
$(\forall M\in(P)):\quad M\in(C_k)\Leftrightarrow \overrightarrow{GM}.\overrightarrow{HM}=0$

2.2. أستنتج طبيعة المجموعة (C_k) مع تحديد عناصرها.

3. تطبيق: حدد مجموعة النقط M في كل من الحالتين التاليتين :

3.1. $\|2\overrightarrow{AM}+3\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{CM}\|=\|3\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BM}+2\overrightarrow{CM}\|$

3.2. $\|\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{CM}\|=\|\overrightarrow{AM}+2\overrightarrow{BM}+2\overrightarrow{CM}\|$

التمرين 14:

نعتبر I منتصف $[AB]$ و (C_k) مجموعة النقط M التي تحقق: $MA^2+MB^2=k$.

1. بين أن:
$(\forall M\in(P)):\quad M\in(C_k)\Leftrightarrow MI^2=\frac{k}{2}-\frac{AB^2}{4}$.

2. أستنتج بحسب قيم k ،طبيعة المجموعة $\left(C_k\right)$ مع تحديد عناصرها.

التمرين 15:

نعتبر I منتصف $[AB]$ و $\left(C_k\right)$ مجموعة النقط M التي تحقق:
$\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM}=k$.

1. حدد $\left(C_0\right)$.
2. بين أن:
$(\forall M\in(P)):\quad M\in(C_k)\Leftrightarrow MI^2=k+\dfrac{AB^2}{4}$.
3. أستنتج بحسب قيم k ،طبيعة المجموعة $\left(C_k\right)$ مع تحديد عناصرها.
4. تطبيق: حدد مجموعة النقط M التي تحقق :
$(2\overrightarrow{AM}+3\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{CM}).(\overrightarrow{AM}+2\overrightarrow{BM}+3\overrightarrow{CM})=36$

التمرين 16:

نعتبر $\left(\Gamma_{\alpha,k}\right)$ مجموعة النقط M التي تحقق:
$MA^2+\alpha MB^2=k$ حيث k و α عددان حقيقيان.

حدد طبيعة المجموعة $\left(\Gamma_{\alpha,k}\right)$ بحسب قيم k و α باستعمال النتائج السابقة.

التمارين 17-18-19-20-21-22 :

أعد حل التمارين 11-12-13-14-15-16 باعتماد الهندسة التحليلية إذا اعتبرنا $A(1,2)$ و $B(3,1)$ و $C(-1,-1)$.
أنشئ المجموعات في حالة : $k\in\{0;1;2;4\}$ و $\alpha\in\{-1;3\}$.

التمرين 23:

نعتبر $A(-1;3)$ و $B(3;6)$.

1. أحسب AB .
2. حدد (Γ) مجموعة النقط M التي من أجلها تكون مساحة المثلث ABM تساوي 1.
3. حدد (Γ') مجموعة النقط M التي من أجلها يكون $\tan(\overrightarrow{AM};\overrightarrow{BM})=1$.
4. حدد تقاطع (Γ) و (Γ') .