التمرين الأول

A ; B نقطتان من المستوى $(\mathcal{P})$: حدد و أنشئ المجموعتين

$$E=\left\{M\in(\mathrm{P})/\ \overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}-MA^2=0\right\}$$

$$F=\left\{M\in(\mathrm{P})/\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}\right)\cdot\left(\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\right)=0\right\}$$

التمرين الثاني

نعتبر في المستوى $(\mathcal{P})$ مثلثا ABC بحيث : $AB=2$; $AC=1$ و I , J منتصفا القطعتين $[A\,B]$ و $[A\,C]$ و نضع $E=\left\{M\in(\mathrm{P})\ /\ MA^2+MB^2-2\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MC}=4\right\}$

1) تحقق أن $A\in(E)$

2) (i) أتبث أن $\left(\forall M\in(\mathrm{P})\right)\ \overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MC}=MJ^2-\frac{1}{4}$

(ii) بين أن $\forall M\in(\mathrm{P})\ :\ M\in(E)\Leftrightarrow MI^2-MJ^2=\frac{3}{4}$

3) حدد المجموعة (E)

التمرين الثالث

نعتبر في المستوى $(\mathcal{P})$ مستطيلا $ABCD$ بحيث $BC=a$; $AB=2a$ مع $a>0$

و لتكن G مرجح النقطتين $(A,1)$; $(B,3)$ و I منتصف القطعة $[C\,D]$

1) بين أن $\left(\forall M\in(\mathrm{P})\right)\ :\ \left(\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\right)\cdot\left(\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right)=8\overrightarrow{MG}\cdot\overrightarrow{MI}$

2) بين أن $IG=a\frac{\sqrt{5}}{2}$ ثم المجموعة (E) للنقط M بحيث : $\left(\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\right)\cdot\left(\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}\right)=\frac{11a^2}{2}$

التمرين الرابع

ABC مثلث في المستوى $(\mathcal{P})$ بحيث : $BC=4$; $AB=3$ و $AC=5$

و لتكن G مرجح النقط $(A,1)$; $(B,4)$; $(C,1)$

ونعتبر التطبيق f الذي يربط M بالعدد الحقيقي الموجب $f(M)=MA^2+4MB^2+MC^2$

1) بين أن $\forall M\in(\mathcal{P})\ :\ f(M)=6MG^2+f(G)$

2) أ- بين أن G مرجح النقطتين $(B,4)$; $(I,2)$ حيث أن I هي منتصف $[A\,C]$

ب- بين أن $GA^2+GC^2=2GI^2+\frac{AC^2}{2}$ و أحسب $f(G)$

1) حدد طبيعة المجموعة (E) للنقط M من المستوى $(\mathcal{P})$ و التي تحقق : $f(M)=25$

التمرين الخامس

ABC مثلث بحيث BC=6 , AB=AC=5 1 – أحسب $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$

2 – نضع $f(M)=2\overrightarrow{MB}\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MA}\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MA}\overrightarrow{MC}$

أ: أحسب $f(A)$

ب: G مرجح النقط المتزنة $(A,2),(B,3),(C,3)$ أحسب $f(G)$

3 – أ: بين أن $f(M)=f(G)+4MG^2$

ب: حدد مجموعة النقط M بحيث $f(G)=f(A)$