3 coll

النشر والتعميل والمتطابقات الهامة

تذكير بالإشارات :

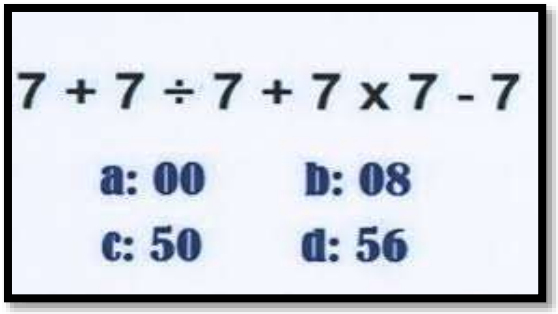
إشارات + و - :

إشاراتان متشابهتان : نحتفظ بنفس الإشارة مع جمع العددين .

$\begin{cases} 6+2=8 \\ -6-2=-8 \end{cases}$ (ملاحظة : 6=+6)

إشاراتان مختلفتان : نحتفظ بإشارة العدد الأكبر مع فرق العددين .

نقوم أولا بعملية الضرب والقسمة



$\begin{cases} -6+2=-4 \\ 2-6=-4 \\ -2+6=4 \\ 6-2=4 \end{cases}$

عددان متقابلان :

$\begin{cases} 7-7=0 \\ -7+7=0 \end{cases}$

إشارات × و ÷ :

إشاراتان متشابهتان = +

$\begin{cases} 6 \times 2=12 \\ -6 \times -2=12 \\ 6 \div 2=3 \\ -6 \div -2=3 \end{cases}$

إشاراتان مختلفتان = -

(ملاحظة : $a \times b = ab = a.b$)

$\begin{cases} 6 \times -2=-12 \\ -6 \times 2=-12 \\ -6 \div 2=-3 \\ 6 \div -2=-3 \end{cases}$

أمثلة :

$A=-5x(2x-3)+[6x-3(4x-5)]$

$=-5x \times 2x-5x \times (-3)+[6x-3 \times 4x-3 \times (-5)]$ أولا نحسب مابداخل القوس الصغير

$=-10x^2+15x+[6x-12x+15]$

$=-10x^2+15x+6x-12x+15$ ← عزل الحدود المتشابهة

$= -10x^2 + 9x + 15$

$B= 6 - 4 \times \frac{3}{2} - 4 \div \frac{4}{5} + 5$ ← نقوم أولا بعملية الضرب والقسمة

$=6 - \frac{12}{2} - \cancel{4} \times \frac{5}{\cancel{4}} + 5$

$= 6 - 6 - 5 + 5$ جمع عددان متقابلان=0

$= 0 + 0 = 0$

$\frac{4}{6} - \frac{2\times8}{2\times3}$ و $3 \times 2 = 6$ لأن 3 نوحد المقام ب 6 حيث لدينا 6 من مضاعفات

$$C= \frac{\frac{4}{6}-\frac{8}{3}}{1+\frac{5}{7}} = \frac{\frac{4}{6}-\frac{16}{6}}{\frac{7}{7}+\frac{5}{7}} = \frac{\frac{4-16}{6}}{\frac{7+5}{7}} = \frac{\frac{-12}{6}}{\frac{12}{7}} = \frac{-\cancel{12}}{6} \times \frac{7}{\cancel{12}} = -\frac{7}{6}$$

$1 + \frac{5}{7} = \frac{1}{1} + \frac{5}{7} = \frac{1\times7}{1\times7} + \frac{5}{7} = \frac{7}{7} + \frac{5}{7}$ لأن 1 نوحد المقام ب 7 حيث لدينا 7 من مضاعفات $1 \times 7 = 7$

تمرين تطبيقي:

أحسب مايلي:

$A= 2a \times [3 - 2a(5a + 6)]$ $B= 6 - [4a + 8 - 2(3a - 5)$

$C= \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \times 6$ $D= (\frac{3}{2} - \frac{8}{10}) \times \frac{10}{7}$ $E= \frac{\frac{1}{3}+\frac{2}{5}}{\frac{6}{14}-\frac{2}{7}} \times \frac{2}{3}$

1) *النشر:*

تعريف : النشر هو تحويل جداء إلى مجموع أو فرق.

قاعدة 1 :

a و b و c أعداد حقيقية

(b+c) a= ab + ac **a (b+c)=ab + ac**

(b-c+d) a= ab – ac+ad و **a (b-c+d)=ab – ac+ad**

ملاحظة:الجمع والطرح والضرب تبادلي.

$\frac{3}{2} \neq \frac{2}{3}$ ولكن $3 + 2 = 2 + 3 = 5$ و $3 - 2 = -2 + 3 = 1$ و $-3 \times 2 = 2 \times -3 = -6$

أمثلة:

$A=3\ (x + 2)= (x + 2) \times 3$ ← الضرب تبادلي

$=3 \times x + 3 \times 2 = 3x + 6$

$B=-2(4x+6)=-2\times 4x-2\times 6=-8x-12$

$C=\frac{5}{3}x\left(-3x+\frac{1}{2}\right)=\frac{5}{3}x\times(-3x)+\frac{5}{3}x\times\frac{1}{2}=-5x^2+\frac{5}{6}x$

$D=-\sqrt{2}\,(3a-7)=-\sqrt{2}\times 3a-\sqrt{2}\times -7=-3\sqrt{2}\,a+7\sqrt{2}$

$E=-\sqrt{2}\left(\sqrt{3}\,a-\sqrt{7}\right)=-\sqrt{2}\times\sqrt{3}\,a\times-\sqrt{2}\times-\sqrt{7}=-\sqrt{6}\,a+\sqrt{14}$

$F=6x(-2x+3)-4x(-3x+2)=6x\times-2x+6x\times 3-4x\times-3x-4x\times 2$

$=-12x^2+18x+12x^2-8x=-12x^2+12x^2+18x-8x$

$=10x$

تمرين تطبيقي:

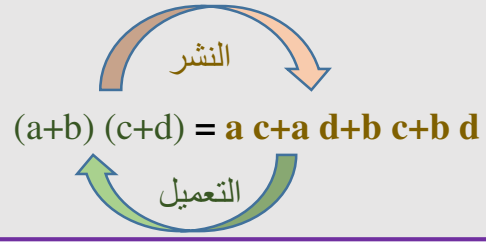
أنشر ثم بسط مايلي :

$A=3(-2x+4)$; $B=\sqrt{5}(x-3)$; $C=-2\left(3x+\frac{5}{2}a-\frac{1}{3}\right)$

$D=\sqrt{3}\left(-\sqrt{3}\,x+2\right)-(-3x+2\sqrt{3})$

قاعدة 2

a وb وc و d أعداد حقيقية .



أمثلة :

الطريقة 1 : $(a+b)\,(c+d)=a\,c+a\,d+b\,c+b\,d$

$A=(5x-3)(2x+1)=5x\times 2x+5x\times 1-3\times 2x-3\times 1$ ← النشر

$=10x^2+5x-6x-3$ ← التبسيط

$=10x^2-x-3$ ← $-1x=-x$

$B=(-3x-2)(4-6x)$

$=-3x\times 4-3x\times-6x-2\times 4-2\times-6x$ ← النشر

$=-12x+18x^2-8+12x$

$=18x^2-12x+12x-8$ ← التبسيط

$=18x^2-8$

$C=(2x-1)(2x+3)+\frac{1}{3}(-12x^2+9)$

$=2x \times 2x + 2x \times 3 - 1 \times 2x - 1 \times 3 + \frac{1}{3} \times -12x^2 + \frac{1}{3} \times 9$ ← النشر

$=4x^2 + 6x - 2x - 3 - \frac{12}{3}x^2 + \frac{9}{3}$

$=4x^2 + 4x - 4x^2 - 3 + 3$

$=\cancel{4x^2} - \cancel{4x^2} + 4x - 3 + 3$ ← نجمع الحدود المتشابهة ثم نبسط

$=4x$

$D=(1+\sqrt{2})(3\sqrt{2}-6)$

$=1 \times 3\sqrt{2} + 1 \times -6 + \sqrt{2} \times 3\sqrt{2} + \sqrt{2} \times -6$

$=3\sqrt{2} - 6 + 3\sqrt{2}^2 - 6\sqrt{2} = 3\sqrt{2} - 6 + 3 \times 2 - 6\sqrt{2}$

$=3\sqrt{2} - 6\sqrt{2} - 6 + 6 = \sqrt{2}(3-6) + 0 = \sqrt{2} \times (-3)$

$=-3\sqrt{2}$

2) التعميل :

تعريف : التعميل هو تحويل مجموع أو فرق إلى جداء وذلك بالتعرف على عامل مشترك

قاعدة : a و b و c *أعداد حقيقية*.

a b + a c = a (b+c)

a b - a c = a (b−c)

أمثلة :

$A=5x^2 - 15x = 5x \times x - 3 \times 5x$

$=5x(x-3)$ ← العامل المشترك هو $5x$

$B=-2x(x-1) + 6(x-1)$

$= (x-1)(-2x+6)$

$C= (x-2)\left(\frac{5}{2}x - 3\right) + \left(-\frac{3}{2}x + 5\right)(x-2)$ ← العامل المشترك هو $(x-2)$

$= (x-2)\left(\frac{5}{2}x - 3 - \frac{3}{2}x + 5\right)$

$=(x-2)\left(\frac{5}{2}x - \frac{3}{2}x - 3 + 5\right)$

$=(x-2)\left(\frac{5-3}{2}x - 3 + 5\right)$

$=(x-2)(x+2)$

$$D=(x-3)^2-(x-3)(5x+2)$$

$$=(x-3)\big(x-3-(5x+2)\big)=(x-3)(x-3-5x-2)$$

$$=(x-3)(x-5x-3-2)$$

$$=(x-3)(-4x-5)$$

تمرين تطبيقي : عمل مايلي :

$$A=7x^2-21x \quad ; \quad B=5x(2x-1)-(x-2)(2x-1)$$

$$C=(3x+2)(x-6)-(5x+1)(3x+2)$$

$$D=(3x+1)^2(5x-2)+(1+3x)(2x+6)$$

3) المتطابقات الهامة : تستخدم لتسهيل عملية نشر وتعميل بعض العمليات.

المتطابقة 1 :

a و b *عددان حقيقيان*

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

أمثلة النشر :

أنشر وبسط مايلي :

$$A=(x+3)^2=x^2+2\times x\times 3+3^2=x^2+6x+9$$

$$(a+b)^2=a^2+2\times a\times b+b^2$$

$$(3x)^2=3^2\times x^2 \text{ و } \sqrt{7}^2=7$$

$$B=(3x+\sqrt{7})^2=(3x)^2+2\times(3x)\times\sqrt{7}+\sqrt{7}^2=9x^2+6\sqrt{7}+7$$

$$(a+b)^2=(a)^2+2\times(a)\times b+b^2$$

$$C=(2\sqrt{3}+5x)^2=(2\sqrt{3})^2+2\times 2\sqrt{3}\times 5x+(5x)^2$$

$$=2^2\times\sqrt{3}^2+2\times 2\times 5\sqrt{3}\,x+5^2\times x^2=12+20\sqrt{3}\,x+25x^2$$

تمرين تطبيقي : أنشر وبسط مايلي :

$$A=(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2 \quad \text{و} \quad B=\left(\frac{1}{3}+2\sqrt{3}\right)^2$$

أمثلة التعميل :

عمل مايلي :

$$A=9x^2+30x+25=(3x)^2+2\times 3x\times 5+5^2=(3x+5)^2$$

$$a^2+2\times a\times b+b^2=(a+b)^2$$

$$B=6x^2+2\sqrt{18}\,x+3=(\sqrt{6}\,x)^2+2\times\sqrt{6}\,x\times\sqrt{3}+\sqrt{3}^2=(\sqrt{6}\,x+\sqrt{3})^2$$

$$C=4x^2+12x+9=(\dots)^2+2\times\dots\times\dots+(\dots)^2$$ أكمل مايلي :

المتطابقة 2 :

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

أمثلة النشر : أنشر وبسط مايلي :

$$A=(\sqrt{5}-\sqrt{2})^2 = \sqrt{5}^2 - 2\times\sqrt{5}\times\sqrt{2} + \sqrt{2}^2 = 5 - 2\times\sqrt{5\times 2} + 2$$

$$=5+2-2\sqrt{10} = 7-2\sqrt{10}$$

$$B=(3\sqrt{5}-1)^2 = (3\sqrt{5})^2 - 2\times 3\sqrt{5}\times 1 + 1^2 = 9\times 5 - 2\times 1\times 3\sqrt{5} + 1^2$$

$$=45 - 6\sqrt{5} + 1 = 46 - 6\sqrt{5}$$

تمرين تطبيقي : أنشر وبسط مايلي :

$$A=(\sqrt{3}-2x)^2 \quad \text{و} \quad B=(2\sqrt{7}-5x)^2$$

أمثلة التعميل : عمل مايلي :

$$A=64x^2 - 16x + 1 = (8x)^2 - 2\times 8x\times 1 + 1^2 = (8x-1)^2$$

$$B=x^2 - 2x + 5 = x^2 - 2\times x\times 5 + 5^2 = (x-5)^2$$

$$C=3 - 4\sqrt{3}\,x + 4x^2 = (\dots)^2 - 2\times\dots\times\dots + (\dots)^2$$ أكمل مايلي :

المتطابقة 3 :

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

أمثلة النشر : أنشر وبسط مايلي :

$$A=\underbrace{(x-3)(x+3)}_{(a+b)(a-b)} = \underbrace{x^2 - 3^2}_{a^2-b^2} = x^2 - 9$$

$$B=\left(\frac{\sqrt{5}}{2}-a\right)\left(\frac{\sqrt{5}}{2}+a\right) = \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 - a^2 = \frac{\sqrt{5}^2}{2^2} - a^2 = \frac{5}{4} - a^2$$

$$C=(5x+3)(5x-3) = (5x)^2 - 3^2 = 25x^2 - 9$$

$$D=(\sqrt{7}-3)(\sqrt{7}+3)=(\dots)^2 - (\dots)^2$$

أمثلة التعميل : عمل مايلي :

$$A=25x^2 - 81 = (5x)^2 - 9^2 = (5x+3)(5x-3)$$

$$B=(\sqrt{3}-2)^2 - 25 = (\sqrt{3}-2)^2 - 5^2 = (\sqrt{3}-2+5)(\sqrt{3}-2-5)$$

$$=(\sqrt{3}+3)(\sqrt{3}-7)$$

$$C=9x^2 - 25 = (\dots - \cdots)(\dots + \cdots)$$