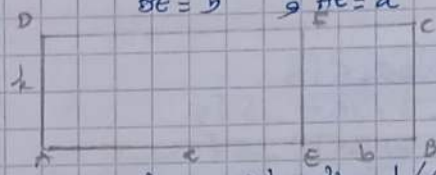
الدرس ②: النشر والتحليل والمتطابقات الهامة

I - النشر والتحليل:

1) نشاط:

أنظر الشكل: ABCD و AEFD مستطيلان بحيث: $AB=k$ ، $AE=a$ و $BE=b$



① احسب مساحة كل من المستطيلات ABCD ، AEFD ، EBCF

② استنتج أن $k\times(a+b)=k\cdot a+k\cdot b$

الحل:

① مساحة المستطيل AEFD هي: $S_1=AE\times AD=k\times a$

مساحة المستطيل EBCF هي: $S_2=EF\times EB=k\times b$

مساحة المستطيل ABCD هي: $S=AD\times AB=k\times(a+b)$

② لدينا مساحة المستطيل ABCD هي مجموع مساحتي المستطيلين AEFD و EBCF

أي: $S=S_1+S_2$

وهذا يعني أن $k\times(a+b)=k\times a+k\times b$

2) النشر:

أ- تعريف:

النشر هو كتابة جداء على شكل مجموع أو فرق.

ب- خاصية ①:

k و a و b أعداد حقيقية

$$k\times(a+b)=ka+kb$$
$$k(a-b)=ka-kb$$

* أمثلة:

$A=2x(x+4)$
$=2x\cdot x+2x\cdot 4$
$=2x^2+8x$

$B=(-3x-5)\times(-4x)$
$=-3x\times(-4x)-5\times(-4x)$
$=12x^2+20x$

$C=2x(3-\sqrt{2})$
$=2x\times 3-2x\times\sqrt{2}$
$=6x-2\sqrt{2}x$

ج- خاصية ②:

a و b و c و d أعداد حقيقية.

$$(a+b)(c+d)=a(c+d)+b(c+d)$$
$$=ac+ad+bc+bd$$

* أمثلة:

$A=(3\sqrt{2}-1)(2+\sqrt{2})$
$=3\sqrt{2}\times 2+3\sqrt{2}\times\sqrt{2}-1\times 2-1\times\sqrt{2}$
$=6\sqrt{2}+3\times 2-2-\sqrt{2}$
$=6\sqrt{2}-\sqrt{2}+6-2$
$=5\sqrt{2}+4$

$B=(2-x)(3x+1)$
$=2\times 3x+2\times 1-x\times 3x-x\times 1$
$=6x+2-3x^2-x$
$=-3x^2+6x-x+2$
$=-3x^2+5x+2$

$C=3x(2x+1)+(3x-2)(x+7)$
$=3x\times 2x+3x\times 1+3x\times x+3x\times 7-2x\times x-2\times 7$
$=6x^2+3x+3x^2+21x-2x-14$
$=6x^2+3x^2+3x+21x-2x-14$
$=9x^2+22x-14$

3) التحليل:

أ- تعريف:

التحليل هو كتابة جداء على شكل مجموع أو فرق.

ب- خاصية:

k و a و b أعداد حقيقية

$$ka+kb=k(a+b)$$
$$ka-kb=k(a-b)$$

* أمثلة:

$A=2\sqrt{3}x-\sqrt{6}x^2$
$=2\sqrt{3}x-\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}x^2$
$=\sqrt{3}x(2-\sqrt{2}x)$

$B=(2x+1)(5-x)-(2x+1)(7x+3)$
$=(2x+1)[(5-x)-(7x+3)]$
$=(2x+1)(5-x-7x-3)$
$=(2x+1)(2-8x)$
$=2(2x+1)(1-4x)$

$C=7(x-1)+2x^2-2x$
$=7(x-1)+2x(x-1)$
$=(x-1)(7+2x)$

II. الاستطاقات الهامة:

1) تعميد:

a و b عددان حقيقيان

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

2) تطبيقات:

* الاستطاقات الهامة، المثال:

$A = (x+1)^2$
$= x^2 + 2 \times x \times 1 + 1^2$
$= x^2 + 2x + 1$

$B = (2x+3)^2$
$= (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2$
$= 4x^2 + 12x + 9$

$C = (x-5)^2$
$= x^2 - 2 \times x \times 5 + 5^2$
$= x^2 - 10x + 25$

$D = (5-7x)^2$
$= 5^2 - 2 \times 5 \times 7x + (7x)^2$
$= 25 - 70x + 49x^2$

(2 $E = (2\sqrt{2} + 3x)(2\sqrt{2} - 3x)$
$= (2\sqrt{2})^2 - (3x)^2$
$= 8 - 9x^2$

$F = (2\sqrt{7}x - 3\sqrt{5})(2\sqrt{7}x + 3\sqrt{5})$
$= (2\sqrt{7}x)^2 - (3\sqrt{5})^2$
$= 28x^2 - 45$

* الاستطاقات الهامة، التحليل:

$A = x^2 + 6x + 9$
$= x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2$
$= (x+3)^2$

$B = 25x^2 + 30x + 9$
$= (5x)^2 + 2 \times 5x \times 3 + 3^2$
$= (5x+3)^2$

$C = x^2 - 4x + 4$
$= x^2 - 2 \times x \times 2 + 2^2$
$= (x-2)^2$

$D = 16 - 56x + 49x^2$
$= 4^2 - 2 \times 4 \times 7x + (7x)^2$
$= (4-7x)^2$

$E = 16x^2 - \frac{1}{4}$
$= (4x)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(4x - \frac{1}{2}\right)\left(4x + \frac{1}{2}\right)$

$F = 144x^2 - 49$
$= (12x)^2 - 7^2$
$= (12x-7)(12x+7)$

3) تمرين تطبيقي:

1) انشر وبسط ما يلي:

$A = (2x+1)^2 - (3x+5)(3x-5)$
$B = (7-2x)^2 + 4x(1-x)$

2) حلل ما يلي:

$C = 25x^2 - 4 + (5x-2)(5x+7)$
$D = 9x^2 - 6x + 1 + 5x(3x-1)$

الحل:

1)

$A = (2x+1)^2 - (3x+5)(3x-5)$
$= (2x)^2 + 2 \times 2x \times 1 + 1^2 - ((3x)^2 - 5^2)$
$= 4x^2 + 4x + 1 - (9x^2 - 25)$
$= 4x^2 + 4x + 1 - 9x^2 + 25$
$= 4x^2 - 9x^2 + 4x + 1 + 25$
$= -5x^2 + 4x + 26$

$B = (7-2x)^2 + 4x(1-x)$
$= 7^2 - 2 \times 7 \times 2x + (2x)^2 + 4x \times 1 - 4x \times x$
$= 49 - 28x + 4x^2 + 4x - 4x^2$
$= 4x^2 - 4x^2 + 4x - 28x + 49$
$= -24x + 49$

2)

$C = 25x^2 - 4 + (5x-2)(5x+7)$
$= (5x)^2 - 2^2 + (5x-2)(5x+7)$
$= (5x-2)(5x+2) + (5x-2)(5x+7)$
$= (5x-2)[(5x+2) + (5x+7)]$
$= (5x-2)(5x+2+5x+7)$
$= (5x-2)(10x+9)$

$D = 9x^2 - 6x + 1 + 5x(3x-1)$
$= (3x)^2 - 2 \times 3x \times 1 + 1^2 + 5x(3x-1)$
$= (3x-1)^2 + 5x(3x-1)$
$= (3x-1)[(3x-1) + 5x]$
$= (3x-1)(3x-1+5x)$
$= (3x-1)(8x-1)$