R

المتطابقات الهامـــة - حلول

تمرين 1

انتبه ← تعليق ←

لننشر و نبسط :

$A = 2(x+5)$

$A = 2x+10$

$B = (5-x)(7+x)$

$B = 35+5x-7x-x^2$

$B = 35-2x-x^2$

:

لا يمكن تبسيط 35 و $2x$

و x^2 فيما بينها لأننا بصدد الجمع و الطرح و ليس الضرب

لايجوز كتابة $x7$ بل $7x$

$C = \frac{2}{3}(5+7x)-\frac{1}{2}(-x+1)$

$C = \frac{10}{3}+\frac{14x}{3}+\frac{x}{2}-\frac{1}{2}$

$C = \frac{20+28x+3x-3}{6}$

$C = \frac{28x+3x+20-3}{6}$

$C = \frac{31x+17}{6}$

:

أثناء النشر يجب مراعاة الإشارات باستعمال إشارة جذاء.

$D = (x+3)(x^2-3x+5)$

$D = x^3-3x^2+5x+3x^2-9x+15$

$D = x^3+5x-9x+15$

$D = x^3-4x+15$

:

أثناء النشر نستعمل قاعدة القوى

$x^n \times x^m = x^{n+m}$

في السطر الثالث اختزلنا الأعداد المتقابلة.

تمرين 2

انتبه ← تعليق ←

لننشر و نبسط :

$A = (x+3)^2$

$A = x^2+2\times x\times 3+3^2$

$A = x^2+6x+9$

$B = (3x-1)^2$

$B = (3x)^2-2\times 3x\times 1+1^2$

$B = 9x^2-6x+1$

:

لا تنس وضع الأقواس للعدد $3x$

لحذف الأقواس نستعمل قاعدة القوى

$(ab)^n = a^n\ b^n$

$C = 5(1-x)^2$

$C = 5(1-2x+x^2)$

$C = 5-10x+5x^2$

:

ننشر أولا المتطابقة ثم ننشر النتيجة بالعدد5

$D = (3x+7)(3x-7)+4\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$

$D = (3x)^2-7^2+4\left(x^2-2\times\frac{1}{2}\times x+\frac{1}{4}\right)$

$D = 9x^2-49+4\left(x^2-x+\frac{1}{4}\right)$

$D = 9x^2-49+4x^2-4x+1$

$D = 13x^2-4x-48$

:

جذاء عدد و مقلوبه يساوي 1 أي

$2\times\frac{1}{2}=1$ و $4\times\frac{1}{4}=1$

تمرين 3

انتبه ← تعليق ←

لنعمـــل :

$A = ab+5b$

$A = b(a+5)$

$B = 12x+18$

$B = 6(2x+3)$

:

يمكن اختيار 2 أيضا كعامل مشترك

$C = 5x-x^2$

$C = x(5-x)$

$D = x+5x^2+11x^3$

$D = x(1+5x+11x^2)$

:

معامل x بعد التعميل هو 1

$E = 5(x+1)+(x+1)^2$

$E = (x+1)[5+(x+1)]$

$E = (x+1)(5+x+1)$

$E = (x+1)(x+6)$

$F = (x-3)(x+7)-(5-x)(x-3)$

$F = (x-3)[(x+7)-(5-x)]$

$F = (x-3)(x+7-5+x)$

$F = (x-3)(2x+2)$

:لا تنس قاعدة حذف الأقواس المسبوقة برمز ناقص "-"

$G = x^2-49+x(x-7)$

$G = (x-7)(x+7)+x(x-7)$

$G = (x-7)(x+7+x)$

$G = (x-7)(2x+7)$

$H = x^2+4x+4$

$H = (x+2)^2$

:

نعمل مباشرة باستعمال المتطابقة الأولى

R

تمرين 3

انتبه ← تعليق ←

لنعمـــل :

$I = x^2 - \frac{9}{121}$ $I = \left(x - \frac{3}{11}\right)\left(x + \frac{3}{11}\right)$	$J = (2x-3)^2 - (x+1)^2$ $J = [(2x-3)+(x+1)][(2x-3)-(x+1)]$ $J = (2x-3+x+1)(2x-3-x-1)$ $J = (3x-2)(x-4)$	$K = \frac{x^2}{8} - 8$ $K = \frac{x^2-64}{8}$ $L = \frac{(x-8)(x+8)}{8}$	$L = -7x^2 + 14x - 7$ $L = -7(x^2 - 2x + 1)$ $L = -7(x-1)^2$

$$M = x^{12} - 1 + 5(x^6 - 1) = (x^6)^2 - 1 + 5(x^6 - 1) = (x^6 - 1)(x^6 + 1) + 5(x^6 - 1) = (x^6 - 1)(x^6 + 1 + 5) = (x^6 - 1)(x^6 + 6)$$

تمرين 4

انتبه ← تعليق ←

لنحل المعادلات :

$2x + 5 = -3x + 8$ $2x + 3x = -5 + 8$ $5x = 3$ $x = \frac{3}{5}$ **إذن حل المعادلة هو** $\frac{3}{5}$	$\frac{x+1}{5} = \frac{-x+2}{3}$ $3(x+1) = 5(-x+2)$ $3x + 1 = -5x + 10$ $3x + 5x = 10 - 1$ $8x = 9$ $x = \frac{9}{8}$ **إذن حل المعادلة هو** $\frac{9}{8}$: للتخلص من المقامات استعملنا قاعدة التناسب "جذاء الطرفين يساوي جذاء الوسطين"	$\frac{x}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1+7x}{6}$ $\frac{2x}{6} - \frac{3}{6} = \frac{1+7x}{6}$ $2x - 3 = 1 + 7x$ $2x - 7x = 1 + 3$ $-5x = 4$ $x = \frac{4}{-5}$ $x = \frac{-4}{5}$ **إذن حل المعادلة هو** $\frac{-4}{5}$: للتخلص من المقامات وحدنا المقامات	$5\left(x + \frac{1}{3}\right) + 3 = 4 - \frac{2x}{3}$ $5x + \frac{5}{3} + 3 = 4 - \frac{2x}{3}$ $\frac{15x}{3} + \frac{5}{3} + \frac{9}{3} = \frac{12}{3} - \frac{2x}{3}$ $15x + 5 + 9 = 12 - 2x$ $15x + 2x = 12 - 9 - 5$ $17x = -2$ $x = \frac{-2}{17}$ **إذن حل المعادلة هو** $\frac{-2}{17}$
$x^2 - 100 = 0$ $(x-10)(x+10) = 0$ $x - 10 = 0$ ⁚⁚ $x - 10 = 0$ $x = 10$ ⁚⁚ $x = 10$ **إذن حلا المعادلة هما** 10 **و** -10	$(x+1)^2 - 60 = 4$ $(x+1)^2 - 60 - 4 = 0$ $(x+1)^2 - 64 = 0$ $(x+1-8)(x+1+8) = 0$ $(x-7)(x+9) = 0$ $x - 7 = 0$ ⁚⁚ $x + 9 = 0$ $x = 7$ ⁚⁚ $x = -9$ **إذن حلا المعادلة هما** -9 **و** 7	$x^2 = 2x - 1$ $x^2 - 2x + 1 = 0$ $(x-1)^2 = 0$ $x - 1 = 0$ $x = 1$ **إذن حل المعادلة هو** 1	$(x-3)^2 = 2x - 6$ $(x-3)^2 = 2(x-3)$ $(x-3)^2 - 2(x-3) = 0$ $(x-3)(x-3-2) = 0$ $(x-3)(x-5) = 0$ $x - 3 = 0$ ⁚⁚ $x - 5 = 0$ $x = 3$ ⁚⁚ $x = 5$ **إذن حلا المعادلة هما** 5 **و** 3
$x^2 - 4x - 5 = 0$ $x^2 - 4x + 4 - 4 - 5 = 0$ $(x-2)^2 - 9 = 0$ $(x-2-3)(x-2+3) = 0$ $(x-5)(x+1) = 0$ $x - 5 = 0$ ⁚⁚ $x + 1 = 0$ $x = 5$ ⁚⁚ $x = -1$ **إذن حلا المعادلة هما** -1 **و** 5			

R

تمرين 5

انتبه ← تعليق ←

حدد x و y علما أن : x و y متناسبان على التوالي مع 7 و 3 و $2x+7y=40$

لدينا x و y متناسبان على التوالي مع 7 و 3 منه : $\frac{x}{7}=\frac{y}{3}$ منه $\frac{x}{7}=\frac{y}{3}=\frac{2x+7y}{2\times7+7\times3}=\frac{40}{14+21}=\frac{40}{35}=\frac{8}{7}$

منه : $\frac{x}{7}=\frac{8}{7}$ و $\frac{y}{3}=\frac{8}{7}$ أي : $x=8$ و $y=\frac{24}{7}$

تمرين 6

انتبه ← تعليق ←

حدد x و y علما أن : x و y متناسبان على التوالي مع $\frac{5}{3}$ و $\frac{-1}{4}$ و $2x=13-3y$

لدينا x و y متناسبان على التوالي مع $\frac{5}{3}$ و $\frac{-1}{4}$ و $2x=13-3y$

منه : $\frac{x}{\frac{5}{3}}=\frac{y}{\frac{-1}{4}}$ منه $\frac{3x}{5}=\frac{4y}{-1}$ منه $-3x=20y$ منه $\frac{x}{20}=\frac{y}{-3}$ منه $\frac{x}{20}=\frac{y}{-3}=\frac{2x+3y}{2\times20+3\times(-3)}=\frac{13}{40-9}=\frac{13}{31}$

منه : $\frac{x}{20}=\frac{13}{31}$ و $\frac{y}{-3}=\frac{13}{31}$ أي : $x=\frac{260}{31}$ و $y=\frac{-39}{31}$

تمرين 7

انتبه ← تعليق ←

1 لدينا علما أن $x+\frac{1}{x}=7$ و نعلم أن : $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=x^2+2\ x\ \frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}=x^2+\frac{1}{x^2}+2$

بعد التعويض باستعمال المعطيات نجد أن : $49=x^2+\frac{1}{x^2}+2$ بالتالي $x^2+\frac{1}{x^2}=49-2=47$

2 لدينا : $x^2+y^2=3$ منه $x^2+y^2+2xy=3xy+2xy$ منه $(x+y)^2=5xy$ (1)

و أيضا لدينا : $x^2+y^2=3$ منه $x^2+y^2-2xy=3xy-2xy$ منه $(x-y)^2=xy$ (2)

من (1) و (2) نستنتج أن : $(x+y)^2=5(x-y)^2$ منه $\frac{(x+y)^2}{(x-y)^2}=5$ منه $\left(\frac{x+y}{x-y}\right)^2=5$

و حيث أن $x>y>0$ فإن $\frac{x+y}{x-y}>0$ بالتالي $\frac{x+y}{x-y}=\sqrt{5}$

3 لدينا x و y متناسبان على التوالي مع : 12 و 14 ، منه : $\frac{x}{y}=\frac{12}{14}=\frac{6}{7}$ منه $\frac{x}{y}=\frac{6}{7}$ منه $\frac{x}{6}=\frac{y}{7}$ (1)

لدينا y و z متناسبان على التوالي مع : 21 و 24 ، منه : $\frac{y}{z}=\frac{21}{24}=\frac{7}{8}$ منه $\frac{y}{7}=\frac{z}{8}$ منه $\frac{y}{7}=\frac{z}{8}$ (2)

من (1) و (2) نستنتج أن : $\frac{x}{6}=\frac{y}{7}=\frac{z}{8}$ منه $\frac{x}{6}=\frac{y}{7}=\frac{z}{8}=\frac{x+y+z}{6+7+8}=\frac{42}{21}=2$

منه : $\frac{x}{6}=2$ و $\frac{y}{7}=2$ و $\frac{z}{8}=2$ بالتالي : $x=12$ و $y=14$ و $z=16$